

Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

Der Versuch zeigt die quantenhafte Natur der elektrischen Ladung, die stets als ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung ($e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) auftritt. Die Beobachtung der Bewegung kleinster geladener Partikel in einem elektrischen Feld ermöglicht einen experimentellen "Beweis" dieser Quantisierung. Der Versuch geht auf den amerikanischen Physiker Robert Andrews Millikan zurück, der damit im Jahre 1911 erstmals die Ladung des Elektrons experimentell bestimmte und im Jahr 1923 mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet wurde.

Stichworte für die Vorbereitung

- Bewegungsgleichungen eines geladenen Teilchens in einem homogenen elektrischen Feld, Auftrieb, Stokes'sche Reibung
- Grenzen des Stokes'schen Gesetzes, Cunningham'sche Korrektur
- Viskosität und deren Temperaturabhängigkeit

Aufgabenstellung

Der Millikan-Versuch verlangt sorgfältiges Arbeiten und einen langen Atem. Beobachten Sie während des gesamten Versuchs die Außentemperatur. Das Öffnen der Fenster oder starke Sonneneinstrahlung können die Versuchsbedingungen ändern. Versuchen Sie möglichst viele Meßreihen aufzunehmen und scheuen Sie sich nicht, offensichtlich unsinnige Ergebnisse zu verwerfen.

1. Messen Sie die Fall- bzw. Steigstrecke der Öltröpfchen aus.
2. Machen Sie sich mit dem experimentellen Aufbau vertraut. "Spielen" Sie ein wenig mit den Öltröpfchen, üben Sie das Nachfokussieren des Mikroskops und das rechtzeitige Ein- und Ausschalten des Kondensators.
3. Versuchen Sie, die Tröpfchen möglichst lange zu verfolgen (mehrere Durchgänge) und bestimmen Sie die mittlere Fall- bzw. Steigzeit.
4. Wiederholen Sie die Messung sooft es ihre Geduld zuläßt, mindestens aber solange, bis Sie 30 Tröpfchen erfolgreich gemessen haben.

Auswertung

1. Bestimmen Sie aus den mittleren Steig- und Fallzeiten die mittleren Geschwindigkeiten und daraus die Ladung der Tröpfchen. Korrigieren Sie die Werte gemäß der Cunningham'schen Korrektur.
2. Berechnen Sie die Abweichung des so ermittelten Wertes der Elementarladung „e“ und teilen Sie die Werte in Klassen ein. Tragen Sie die Zahl der Messungen gegen die Klassen auf. Kann aus dieser Verteilungskurve auf die Quantisierung der Ladung geschlossen werden?

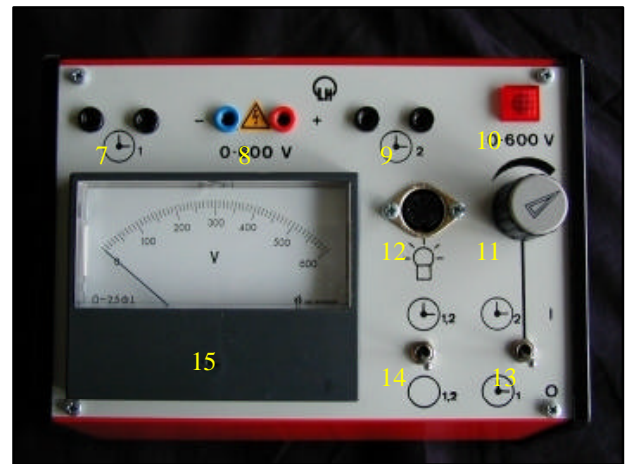
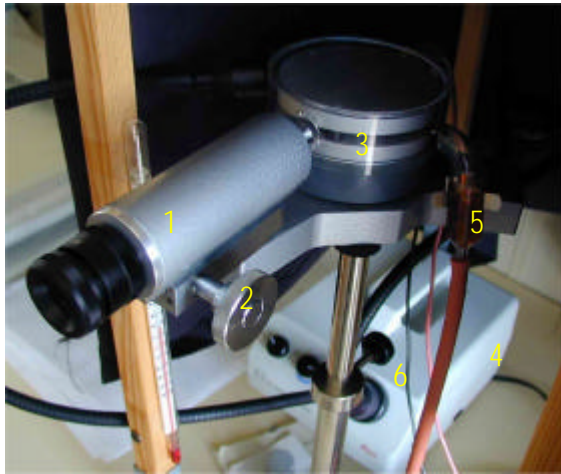
Literatur

Allgemeine Lehrbücher der Physik
Gebrauchsanweisung LEYBOLD DIDACTIC GmbH

Grundlagen

Gewichtskraft:	$F_G = m_{\text{Öl}} \cdot g = r_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$
Auftriebskraft:	$F_A = r_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g$
Elektrische Kraft:	$F_{\text{el}} = Q \cdot E = Q \cdot \frac{U}{d}$
Reibungskraft (STOKESsche Reibung)	$F_R = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$
$r_{\text{Öl}}$: (Dichte des Öls)	$r_{\text{Öl}} = 875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (bei 20°C)
r_{Luft} : (Dichte der Luft)	$r_{\text{Luft}} = 1,204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (bei 20°C und 1013 hPa)
V: (Volumen des Öltröpfchens)	
g: (Fallbeschleunigung)	$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
Q: (Ladung)	
E: (Elektrische Feldstärke)	
U: (Spannung zwischen den Kondensatorplatten)	
d: (Abstand der Kondensatorplatten)	$d = 6\text{mm}$
r: (Radius des Öltröpfchens)	
p: (Luftdruck)	
T: (Umgebungstemperatur)	
v: (Geschwindigkeit der Öltröpfchen)	
η : (Viskosität der Luft)	$\eta = 1,824 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ (bei 20°C und 100 kPa)
Temperaturabhängigkeit von η :	$\eta(T) = \eta(20^\circ\text{C}) + 48 \cdot 10^{-9} \cdot (T - 20^\circ\text{C})$ (für 10°C bis 40°C)
Cunningham-Korrektur von η :	$\eta_{\text{korr}} = \eta \cdot \left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)^{-1}$ mit $b = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
Freies Sinken in der Luft:	$F_G = F_A + F_R$
Aufsteigen im elektrischen Feld:	$F_G + F_R = F_A + F_{\text{el}}$
Schwebezustand:	$F_G = F_A + F_{\text{el}}$

Versuchsaufbau



1. Messmikroskop mit Okularmikrometer
2. Rändelschraube für Mikroskopeinstellung
3. Millikankammer
4. Beleuchtungseinrichtung
5. Ölzerstäuber mit Gummiball
6. Schraube für Höhenverstellung
7. Buchsenpaar für Stoppuhr 1 zum Messen der Fallzeit
8. Buchsenpaar zum Anschluss der Millikankammer
9. Buchsenpaar für Stoppuhr 2 zum Messen der Steigzeit
10. Netzkontrolllampe
11. Drehknopf zum Einstellen der Kondensatorspannung 0-600V
12. Vielfachbuchse zum Anschluss der Beleuchtungseinrichtung
13. Schalter zum Ein- und Ausschalten der Spannung 0-600V bei gleichzeitiger Inbetriebnahme der Stoppuhren entsprechend der Symbolik
14. Schalter zum Öffnen und Schließen der Schaltstromkreise der elektrischen Stoppuhren
15. Voltmeter 0-600 V zur Anzeige der mit Drehknopf 11 eingestellten Spannung für die Kondensatorplatten der Millikankammer

Netzschalter, Feinsicherung und Netzanschlußbuchse befinden sich an der Rückwand des Gerätes.

Technische Daten

Millikan Gerät

Millikankammer:	Durchmesser 8,0cm
Abstand der Kondensatorplatten:	0,6cm
Mikroskop mit Okularmikrometer:	Objektivvergrößerung: 1,875fach
	Okularvergrößerung: 10fach
Skaleneinheit des Okulars:	0,1mm
Beleuchtungseinrichtung mit Glühlampe:	6V; 2,5A; E 10-1802-3
Glühlampe:	Typ: MAZDA CYL. PLAT
Abmessung:	32cm x 27cm x 32cm

Gewicht:	4,7kg
Anschlusskabel mit Vielfachstecker für Beleuchtungseinrichtung:	ca. 40cm lang

Netzgerät

Entnehmbare Spannungen:	für Plattenkondensator:	0-600V, kontinuierlich einstellbar
	für Beleuchtungseinrichtung:	6V; 2,5A
Drehspulinstrument zur Messung der Kondensatorspannung:	Messbereich:	600V
	Güteklasse:	2,5
	Skalenteilung:	10V
	Skalenlänge:	ca. 8,6cm
Netzanschlussspannung:		110/130/220/240V; 50/60Hz
Feinsicherung:		bei 220/240V: M0,315 B
Gehäuse-Abmessung		19cm x 11,5cm x 1,5cm
Gewicht:		1,5kg

Versuchsbeschreibung

Der Bildschirmaufbau

Zur Messung der mittleren Steig- und Fallzeiten der Öltröpfchen wird ein LabView 5.0 Programm verwendet. Dieses Programm nimmt die mittlere Steig- und Fallzeit sowie die Anzahl der Umschaltvorgänge jedes beobachteten Öltröpfchens auf. Außerdem wird die Anzahl der gespeicherten Meßwerte angezeigt.

Messgrößen:

t_2	Zeit, die ein Öltröpfchen benötigt, um längs eines Weges s zu steigen, wenn am Plattenkondensator eine Spannung U liegt (<i>Laufzeit steigen</i>).
n_2	Anzahl der Steigvorgänge (n steigen).
t_1	Zeit, die das gleiche Tröpfchen nach Abschalten der Spannung U benötigt, um längs eines Weges s zu sinken (<i>Laufzeit fallen</i>).
n_1	Anzahl der Fallvorgänge (n fallen).
U	Spannung zwischen den Kondensatorplatten.
T	aktuelle Umgebungstemperatur.
p	aktueller Luftdruck.

Messverfahren:

- Geräte einschalten (Steckdosenleiste mit Schalter) und PC starten, warten bis Windows hochgefahren ist.
- Schalter 14 und Schalter 15 nach unten schalten.
- Auf dem Desktop das Symbol „Millikan“ doppelklicken um das LabView 5.0-Programm zu starten.
- Nachdem das Programm gestartet ist erscheint folgende Meldung: *Replace existing „c:\dateien\schneider\labview\millikan.txt“* ?
Dieses Feld mit „Replace“ beantworten. Hiermit wird eine neue Textdatei für die Meßdaten angelegt („millikan.txt“). Das Programm ist nun startbereit.
- Am Drehknopf 11 eine Spannung U einstellen, die Öltröpfchen sollten später im elektrischen Feld langsam steigen (im Mikroskopbild als sinkende Tröpfchen zu beobachten).
- Im Beobachtungsfeldes die sinkenden Tröpfchen beobachten und durch mehrmaliges Umschalten von Schalter 13 ein geeignetes Tröpfchen auswählen.

7. Schalter 13 nach unten schalten. Schalter 14 nach oben schalten, nun ist die Zeitmessung aktiviert.
8. Schalter 13 genau dann umlegen, wenn das Tröpfchen eine Meßmarke (z.B. Skalenstrich 40 der Mikrometer-Skala) passiert: Die Zeitmessung der Steigzeit (t_2) im elektrischen Feld wird gestartet.
9. Das steigende (im Mikroskopbild als sinkende Tröpfchen zu beobachten) Tröpfchen beobachten und Schalter 13 genau dann nach unten schalten, wenn das Tröpfchen eine zweite Meßmarke (z.B. Skalenstrich 80 der Mikrometerskala) passiert. Die Kondensatorspannung U wird abgeschaltet. Die Zeitmessung der Fallzeit (t_1) wird gestartet.
10. Punkt 8 und Punkt 9 mehrmals wiederholen (tip: min. 2mal).
11. Zum Beenden der Beobachtung den Schalter 14 nach unten schalten.
12. Nach wenigen Sekunden öffnet sich das Fenster „Werte übernehmen?“. Hier kann mit „ja“ oder „nein“ geantwortet werden.
13. Punkt 6 bis Punkt 12 sooft wiederholen, bis genügend Tröpfchen (max. 40) gemessen wurden.
14. Zur endgültigen Beendigung der Messungen das Feld „STOP“ betätigen.
15. Programm LabView 5.0 beenden.

Hinweise zur Versuchsdurchführung:

- Die Öltröpfchen werden durch kräftigen Drücken des Gummiballs in die Millikankammer gestäubt.
- Auf der Suche nach einem geeigneten Tröpfchen und gegebenenfalls während einer längeren Beobachtung läßt sich die Schärfe des Mikroskopbildes an der Rändelschraube 2 nachstellen.
- Ein geeignet erscheinendes Tröpfchen, das sich seitlich zu weit von der Okularskala entfernt bewegt, läßt sich durch geringfügiges Schwenken des Mikroskopes leicht in die Bildmitte bringen.
- Es hat sich gezeigt, daß die Ladung bei schnellen Tröpfchen so groß ist, daß eine Aussage über die Quantelung und insbesondere über die Größe des größten gemeinsamen Divisors, nämlich der Elementarladung e erschwert wird. Für die Messung geeignet sind Tröpfchen die maximal 5 Elementarladungen tragen.

Auswertung:

Für die Auswertung steht die Exceltabelle „Millikan1.xls“ zur Verfügung, zu dieser befindet sich eine Verknüpfung auf dem Desktop.

Um die Daten aus der Textdatei „millikan.txt“ in die Exceltabelle einzufügen kann man folgendermaßen vorgehen:

1. Markieren der Felder B1 bis E41.
2. Daten, Daten aktualisieren anklicken.

Nun sind die Felder B1 bis E41 mit den neuen Daten gefüllt und werden gleich in die Ladung umgerechnet.

1. Einleitung

Robert Millikan (1869-1953) verbesserte 1911 den von H.A. Wilson vorgeschlagenen Versuch zur Bestimmung der Ladung eines einzelnen Elektrons. Damals wurde Wassertröpfchen mit Hilfe von Röntgenstrahlen ionisiert und zwischen 2 Metallplatten zerstäubt. Ihre Bewegung wurde unter dem Einfluss der Gravitation und elektrischer Felder untersucht.

Millikan griff diese Idee auf und verfeinerte sie. Er verwendete zwei horizontale Metallplatten und legte an sie eine Spannung von ca.10000 Volt an (Für die damaligen Verhältnisse war dies eine große Herausforderung). In der Mitte der Platten platzierte er einen Zerstäuber mit dem er Öl in den Zwischenraum versprühte. Zunächst maß er mit Hilfe eines Mikroskops die Fallzeit der Öltröpfchen in einer von ihm zuvor markierten Strecke. Während dieser Strecke wirkte neben der Reibungskraft, allein die Gravitationskraft. Anschließend ionisierte er das beobachtete Öltröpfchen mit einem Röntgenstrahl. Die ionisierten Öltröpfchen stiegen nun auf Grund ihres elektrischen Feldes wieder auf. Wiederum maß er die Steigzeit für die markierte Entfernung. Nach erfolgreicher Anwendung der Stokschen Reibung auf seinen Versuch, erhielt für die Elementarladung den Wert $1,59 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Für die Bestimmung der Elementarladung e und die Mitarbeit am Photoelektrischen Effekt erhielt Robert Millikan 1923 den Nobelpreis.

2. Technische Grundlagen

Mit einem Mikroskop mit einer Vergrößerung von 1,875 werden die Bewegungen von kleinsten Öltröpfchen in einem elektrischen Feld untersucht. Über die Kräftegleichungen dieser Bewegungen, kann die Ladung der Öltröpfchen bestimmt werden.

Hierbei zeigt sich, dass die Tröpfchenladungen immer als Vielfaches der Elementarladung $e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ auftreten. Für die Elementarladungsberechnung müssen Temperatur und Luftdruck berücksichtigt werden, da sie die Tröpfchenbewegung beeinflussen (Freie Weglänge und Masse der verdrängten Luft).

2.1 Kräfte auf ein Tröpfchen

In der Millikankammer wirken auf ein Öltröpfchen der Masse $m_{\text{Öl}}$ und Ladung q folgende Kräfte :

Gewichtskraft : $F_G = m_{\text{Öl}} \cdot g = \rho_{\text{Öl}} \cdot V \cdot g$

Coulombkraft : $F_C = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d}$ $\eta = \text{Viskosität}_{\text{Luft}}$

Stokes' sche Reibung : $F_R = 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v$ $r = \text{radius}_{\text{Öltröpfchen}}$

Auftriebskraft: $F_A = m_{\text{Luft}} \cdot g = \rho_{\text{Luft}} \cdot V \cdot g$ $v = \text{Bewegungsgeschwindigkeit}$

Dabei ist m_{Luft} die Masse der durch das Öltröpfchen verdrängten Luft. Auf Grund der kleinen Dimension der Öltröpfchen, darf die Viskosität der Luft nicht vernachlässigt werden, da sie durch die Luft driften und somit eine konstante Geschwindigkeit aufweisen.

2.2 Konstanten

Abstand Kondensatorplatten : $d = 6\text{mm}$

Fallbeschleunigung : $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Volumen Öltröpfchen : $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Dichte des Öls : $\rho_{\text{Öl}} = 875,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (bei 20°C)

Dichte der Luft : $\rho_{\text{Luft}} = 1,204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (bei 20°C und 1013 hPa)

Viskosität der Luft : $\eta = 1,824 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$ (bei 20°C und 100 kPa)

2.3 Freies Sinken in der Luft

$$\underline{F_G = F_A + F_R} \Rightarrow \rho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g = \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_{\text{sink}}$$

$$\underline{\underline{r = \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}}}$$

2.4 Aufsteigen im elektrischen Feld

$$\underline{F_G + F_R = F_A + F_C}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{Öl}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g + 6 \cdot \pi \cdot r \cdot \eta \cdot v_{\text{steig}} = \rho_{\text{Luft}} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot g + q \cdot \frac{U}{d}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3} \cdot r^2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) + 6 \cdot \eta \cdot v_{\text{steig}} \right) \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} = q$$

Durch Einsetzen der Formel für den Radius r aus 2.3 ergibt sich:

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{9 \cdot \eta \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})} \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) + 6 \cdot \eta \cdot v_{\text{steig}} \right) \cdot r \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} = q$$

$$\Rightarrow \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot d}{U} \cdot (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot \eta \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}} = q$$

$$q = 18 \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} \cdot (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}$$

2.5 Berechnung der Sink- und Steiggeschwindigkeit

Der Weg s bei 20 Skalenanteilen beträgt bei einer Vergrößerung von 1,875:

$$s = \frac{20}{1,875} \cdot 10^{-4} [m]$$

Um Fehler auszugleichen, würde jeder Tropfen mehrfach gestoppt. Labview addierte die gemessenen Zeitintervalle für das Steigen / Fallen, sowie die Anzahl der zurückgelegten Wegstrecken n_{steig} und n_{sink} .

Hieraus ergibt sich für die v_{sink} und v_{steig} :

$$v_{\text{steig}} = \frac{n_{\text{steig}} \cdot S}{t_{\text{steig,gesamt}}} \quad v_{\text{sink}} = \frac{n_{\text{sink}} \cdot S}{t_{\text{sink,gesamt}}}$$

2.6 Temperaturabhängigkeit der Viskosität η

Die Viskosität ist die innere Reibung von Flüssigkeiten und Gasen. Sie ist ein Maß für die Zähigkeit eines Stoffes und ist Temperatur- / Druckabhängig.

$$\underline{\eta(T) = \eta(20^\circ\text{C}) + 48 \cdot 10^{-9} \cdot (T - 20^\circ\text{C})} \quad (\text{für } 10^\circ\text{C bis } 40^\circ\text{C})$$

$$\eta = 1,824 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \quad (\text{bei } 20^\circ\text{C und } 100 \text{ kPa})$$

2.7 Cunningham-Korrektur der Viskosität η

Für Tropfen mit einem Radius kleiner als 10^{-7} m gilt das Stokes'sche Gesetz nur noch eingeschränkt, da sich die freie Weglänge der Luftmoleküle in derselben Größenordnung befindet. Der Korrekturfaktor berechnet sich:

$$\underline{\eta_{\text{Korr}} = \eta \cdot \left(1 + \frac{b}{r \cdot p}\right)^{-1}} \quad \text{mit } b = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

ρ = Luftdruck

3. Versuchsdurchführung

1. Bereitschaft der Messapparatur herstellen
2. Vertraut machen mit der Messeinrichtung (Spielen)
3. Versuch die ersten paar Öltröpfchen zu messen
4. Vertraut machen mit der automatisch angelegten Text-Datei (wie wird es erstellt)
5. Feinjustierung des Systems um eine möglichst gute Sichtbarkeit der Öltröpfchen zu erreichen (Beleuchtungseinstellung, Mikroskop)
6. Festlegen der Plattenspannung
7. Aufnahmen der Umgebungsparameter (Temperatur, Luftdruck)
8. Messung der ersten paar Tröpfchen mit gleichzeitiger Plausibilitätskontrolle
9. Kontrolle der Umgebungsparameter
10. Wiederholen der Punkte 8. und 9. bis ca. 40 Messreihen vorgenommen waren
11. Messwerte aus der Text-Datei in die vorgefertigte Excel-Tabelle übernehmen

3.1 Das Ergebnis

Die vorgefertigte Excel-Tabelle verwendet die oben angegebenen Formeln. Als Ergebnis erhalten wir:

$$e = (1,59931 \cdot 10^{-19} \pm 1,44823 \cdot 10^{-21}) As$$

bzw. wenn man rundet:

$$e = (1,60 \cdot 10^{-19} \pm 1 \cdot 10^{-21}) As$$

Wie man sieht liegt unser Mittelwert innerhalb einer Standardabweichung vom tatsächlichem Wert von $e=1,6022 \cdot 10^{-19}$ As. Allerdings müssen wir zugeben, daß wir bei unserem Messergebnis den Tropfen Nr. 35 ausgeklammert haben, da dieser am stärksten abwich, für ihn bekamen wir eine Elementarladung von $1,395 \cdot 10^{-19}$ As.

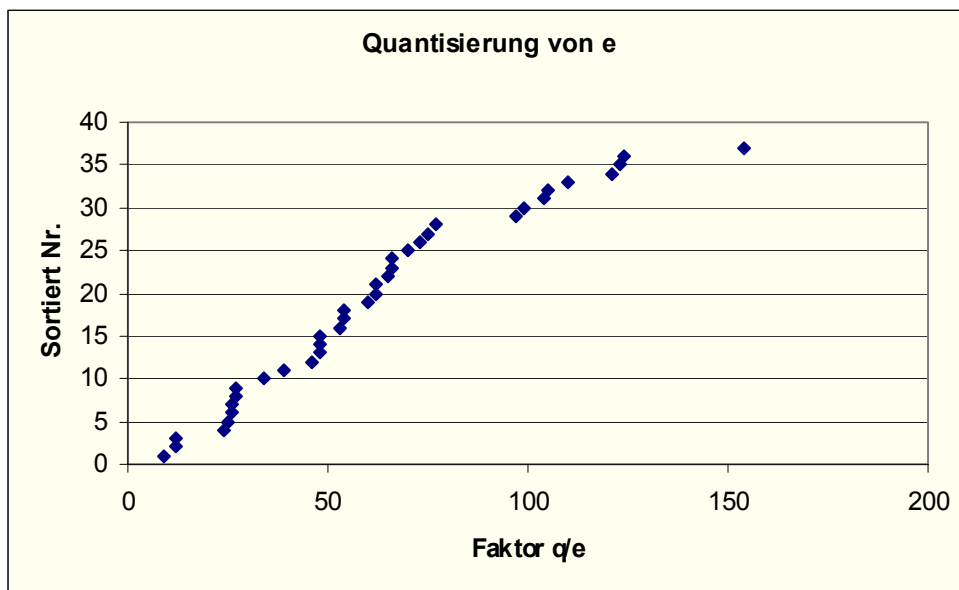
3.2 Auswertung

In der Leybold Gebrauchsanweisung 559 41/42 wird eine Spannung von 500 -> 600 Volt, sowie eine max. Ladung von 5 Elementarladungen pro Tropfen empfohlen. Begründet wird die niedrige Ladung mit folgendem Satz:

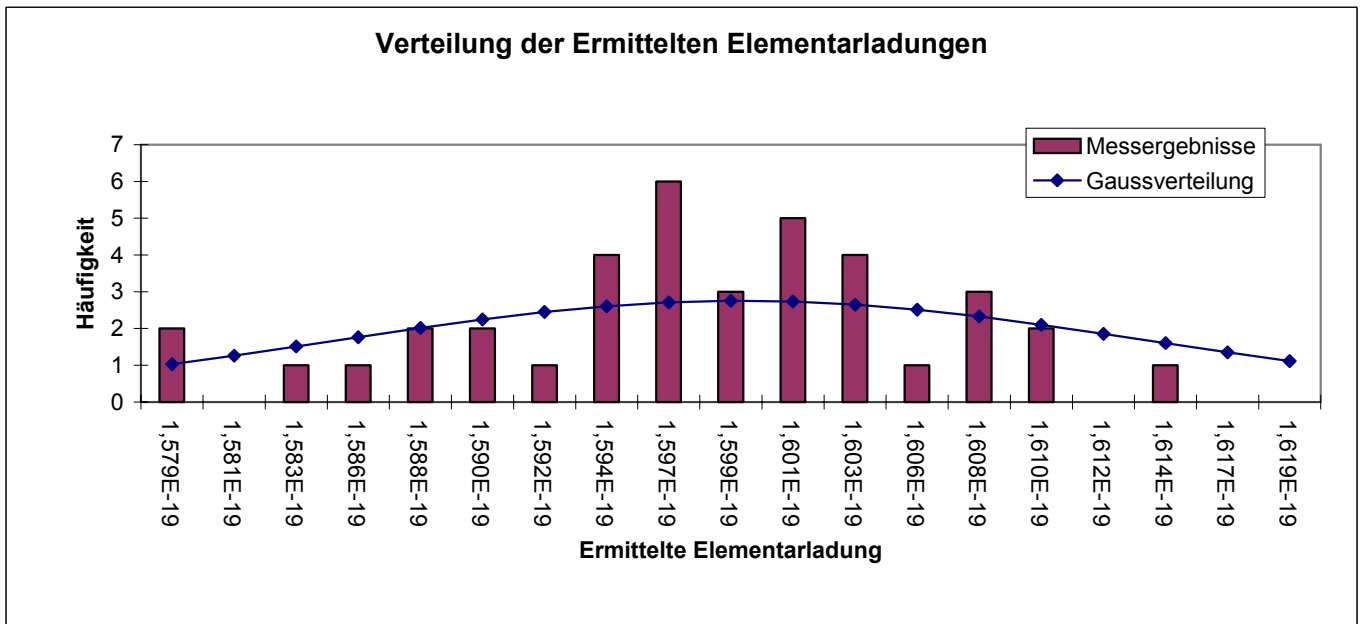
„Es hat sich gezeigt, daß die Ladung bei schnellbeweglichen Tröpfchen so groß ist, daß eine Aussage über die Quantelung und insbesondere über die Größe des größten gemeinsamen Divisors, nämlich der Elementarladung e erschwert wird.“

Für uns stellte sich der Sachverhalt etwas anders dar! Für Tropfen mit geringer Ladung hatten wir oft das Problem, daß der zurückgelegte Weg in der horizontalen Ebene uns dazu zwang, ständig nach zu fokussieren, bzw. mit dem Mikroskop nach links und rechts zu schwenken. Die Beobachtung wurde hierdurch stark erschwert, während für die Tröpfchen mit hoher Ladungszahl nur das Problem darin bestand, daß die Steigzeit zum Teil im einen Sekundenbereich für die von uns gewählte Distanz lag.

Später stellte sich allerdings ein Problem mit unserer Versuchsdurchführung (ca. 210 Volt und hohe Ladungen) heraus. Zwar bekamen wir sehr oft einen Wert für die Elementarladung nahe des tatsächlichen Wertes, da jedoch unsere höchste Ladungszahl bei 547 Elementarladungen lag und wir nur 40 Messungen durchgeführt hatten, kam es nur einmal vor, daß wir dreimal die gleiche Ladungszahl hatten.



In dieser Graphik sind die Messpunkt Nr. 35 (Ladungszahl 3), Nr. 26 (Ladungszahl 547) und Nr. 19 (Ladungszahl 243) nicht vorhanden, bei den letzteren wegen der Übersichtlichkeit.



Das Aussehen der obigen Gaussverteilung wirkt etwas ungewohnt, da es sich nur um den Ausschnitt in relativer Nähe zum Spitzenwert handelt. Wären noch unsere beide Extremwerte mit $e = 1,395 \cdot 10^{-19}$ As und mit $e = 1,663 \cdot 10^{-19}$ As dargestellt, so wäre die Glockenkurve ebenfalls gut erkennbar.

3.3 Fehlerabschätzung

Unsere Grundlegende Formel zur Berechnung der Ladung war:

$$q = 18 \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} \cdot (v_{\text{sink}} + v_{\text{steig}}) \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}$$

Die von uns gemessenen Daten waren:

- Spannung U mit 1% Genauigkeit == 2,1 V
 - Steig- und Sinkzeiten und damit v_{sink} und v_{steig} , hier ist es hauptsächlich der Menschliche Faktor, da abgeschätzt werden muß, wann das Tröpfchen auf Höhe der Skalierung ist und auch die Reaktionsfähigkeit eine Rolle spielt. Durch Messung möglichst viele Steig- und Sinkzeiten wurde versucht dieser Fehler zu minimieren.
 - Temperatur mit ungefähr eine halbe Skaleneinheit Abweichung == 0,5 K
 - Luftdruck, wurde von uns nur grob überprüft, der Fehler dürfte aber bei 5/1010 hPa liegen
- Die Messungenauigkeiten bei Temperatur und Luftdruck werden in der Fehlerabschätzung auf Grund ihrer kleinen Größe nicht berücksichtigt.

Daraus ergibt sich für den wahrscheinlichsten Fehler:

$$\Delta q = \sqrt{\left(\frac{\partial q}{\partial U} \cdot \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial v_{\text{sink}}} \cdot \Delta v_{\text{sink}}\right)^2 + \left(\frac{\partial q}{\partial v_{\text{steig}}} \cdot \Delta v_{\text{steig}}\right)^2}$$

mit:

- $\frac{\partial q}{\partial U} = 18 \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} \cdot \frac{(v_{\text{steig}} - v_{\text{sink}})}{U} \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}$
- $\frac{\partial q}{\partial v_{\text{sink}}} = 18 \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} \cdot \frac{(3 \cdot v_{\text{sink}} - v_{\text{steig}})}{2 \cdot v_{\text{sink}}} \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}$
- $\frac{\partial q}{\partial v_{\text{steig}}} = -18 \cdot \pi \cdot \frac{d}{U} \cdot \sqrt{\frac{\eta^3 \cdot v_{\text{sink}}}{2 \cdot g \cdot (\rho_{\text{öl}} - \rho_{\text{Luft}})}}$

Der Wahrscheinlichste Fehler soll für Öltröpfchen Nummer 14 als Beispiel berechnet werden:

Der Fehler für die Steig- und Sinkzeiten wird auf etwa 5% geschätzt.

$$\Delta U = 2,1V \quad \Delta V_{\text{steig}} = 13,33 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s} \quad \Delta V_{\text{sink}} = 14,160 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{\partial q}{\partial U} = -1,230 \cdot 10^{-21} \quad \frac{\partial q}{\partial v_{\text{steig}}} = -1,56 \cdot 10^{-14} \quad \frac{\partial q}{\partial v_{\text{sink}}} = 1.608 \cdot 10^{-14}$$

$$\rightarrow \Delta q = 3,0836 \cdot 10^{-19}$$